Filozofski vestnik | Letnik XXXV | Številka 1 | 2014 | 7–23

Petar Bojanić in Sanja Todorović*

Kant: dolg in nič. »Manj od ničle (nič)« (moins que rien; less than nothing; weniger wie Nichts)

V pričujočem tekstu bomo analizirali sintagmo, ki jo Kant omenja v enem izmed svojih zgodnjih del: *weniger wie Nichts. Ta sintagma je še najbolje prevedena v italijanščino (»meno di nulla«)*[1], ravno zato, ker je prevod sicer popolnoma zgrešen, saj bi se moral dobesedni prevod pravzaprav glasiti »manj od nič« ne pa »manj od ničle« (*nulla ni niente; ničla ni nič).*[2] Ta sintagma, ki se nahaja tako ali drugače v povezavi s Kantovim realizmom, nas, poleg še nekaterih drugih problemov, še posebej zanima na pričujočem mestu. Zanima nas torej problem dolga ter njegov status in realnost samega dolga: Kaj je dolg? Vselej nekaj plačamo, ima vse vselej svojo ceno? Vprašanje, kaj je negacija? Kakšen je status niča pri Kantu?[3] (In ne samo pri Kantu.) Kaj je ničla? Ali negativna števila obstajajo?

Naslov pričujočega teksta bi se lahko glasil tudi: *Problem dolga*. Toda na ta način bi smisel, v katerem bi uporabili besedo »problem«, ne bil povsem jasen. Naslov bi bil tako dvoumen ali pa bi zvenel trivialno. Kot bomo videli v nadaljevanju se je tudi sama beseda »dvoumno« pri nastajanju Kantovega spisa iz leta 1763

1 Lazare Carnot v knjigi, ki je izšla leta 1797 *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimel*, uporablja različico »*moindre que zéro*«.

2 *Less Than Nothing* je naslov nedavnega dela Slavoja Žižka in še en dokaz njegove fantastične intuicije, da odkrije nek bistveni problem v tradiciji zahodnega mišljenja. Žal Žižek v tem delu ne interpretira najpomembnejše uporabe te sintagme, zlasti njenega razvoja in spreminjanja v matematiki in teoriji števil. Zdi se, da Žižek narobe interpretira to frazo »less than nothing« in jo povezuje z realnostjo: »Kajti realnost je manj kot nič. Zaradi tega je realnost treba dopolniti s fikcijo: da bi prikrili njeno praznost.« (Slavoj Žižek, *Less Than Nothing. Hegel and the Shadow of Dialectical Materialism*, Verso, London & New York 2012, str. 4) Analizo te sintagme gradi Žižek na osnovi Demokrita, Lacana, Barbare Cassin in »neke stare židovske šale, ki je bila zelo pri srcu Derridaju«.

3 Med štirimi različnimi pomeni »niča« ali štirih kategorij »niča«, ki jih najdemo v »Amfibolijah« (Prim.: Immanuel Kant, *Kritika čistega uma*, prevedel Zdravko Kobe, *Problemi*, XLV, 1-2/07, str. 100-114 oziroma B 325-349, tabela se nahaja na str. 114), se izvor pomena *nihil privativum* (Kant uporablja besedo *nihil* samo v dveh pomenih niča), ki sicer predstavlja podrobno kritiko Leibnizove in Wolffove filozofije, nahaja ravno v Kantovem predkritičnem tekstu, ki se ga tu lotevamo.

* Institut za filozofiju i društvenu teoriju, Beograd, Srbija

Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo [Versuch über den Begriff der negativen Grössen], ki je skušal predstaviti dvoumnost negativnega, sama razcepila na dva smisla, ter tako izrazila svojo lastno dvoumnost. Poleg vseh ostalih ima beseda dvoumnost, tako kot negativno, tudi matematični smisel: Evariste Galois je svojo teorijo (grup) imenoval »teorija dvoumnosti« (*théorie de l'ambiguité*), to pa je v neposredni navezavi na Kantov problem dveh simetričnih teles (enantiomorfnih teles: teles, ki so nasprotno orientirana). V ozadju tega ponavljanja dvoumnosti se nahaja dolg in glede na to, da nas zanima povezava med empiričnim pojmom dolga ter ambivalenco v mišljenju, bi lahko potemtakem pričujoči tekst naslovili »problem dolga«.

O kakšni dvoumnosti negativnega govorimo? V kakšni povezavi sta ambivalenca negativnega in dolg? Gre za dvoumnost, ki jo Kant izpostavi v zgoraj omenjenem spisu s pomočjo dolga in sile, v tem spisu pa se prvič pojavi tudi par refleksivnih pojmov. Pustimo zasedaj ob strani vprašanje, kam sam spis vodi, in se raje vprašajmo, kaj je sploh pripeljalo do njega. Po Kantovih lastnih besedah ta spis rešuje problem ambivalence ali dvoumja negativnega: logični smisel negacije in matematični smisel negativne velikosti (»negativna velikost ni isto kot negacija velikosti«). Kantov motiv za to, da se sploh ukvarja s tem problemom je negativen: nesporazum, ki povzroča dvoumnost negativnega. Kant torej v filozofijo uvaja pojem, ki pa je že v njej prisoten, a ga zakriva nek drug pojem (pojem negacije). Kant samo demaskira ta problem in skuša preprečiti, da bi ta s tem, ko bi bil prikrit, povzročal nesporazume. Če pa zasedaj sprejmemo trditev, da se je drugi smisel negativnega pretihotapil v filozofijo iz matematike, še vedno ostaja odprto vprašanje, kako je v matematiko sploh zašel. Provizoričen odgovor bi bil naslednji: preko avtomatizma računa (algoritma) in preko dolga.

Geneza matematičnega negativnega

Na samem začetku 13. stoletja, leta 1202, je Leonardo Fibonacci objavil delo *Liber abaci*, s katerim je v Evropo vpeljal decimalni sistem. Pri njem *abacus* pomeni aritmetiko, toda ne več eno izmed *septem artes liberales*, kjer beseda *svobodna* pomena nevezana za denar, pač pa je aritmetika predvsem posvečena računanju denarja. Zahvaljujoč tej preusmeritvi aritmetike na denar je bilo mogoče odvzetje večje ali manjše velikosti (količine denarja) razumeti kot dolg. Za Fibonaccija ta operacija ali naloga nima rešitve, če je ne pojasnimo kot dolg (*debitum*). Število »-9«, na primer, se je tedaj pisalo kot »debitum 9«. Ker se je negativna velikost zaradi narave njenega razmerja do ostalih števil kazala kot manj od nič, ničlo pa se je razumelo kot nič (Christian Wolff, na primer, ničlo še vedno razume kot nič), se je negativno število razumelo kot »manj kot nič«.[4]

V Diderotovi *Encyclopédie* v članku »Quantité negative« (avtor prispevka je La Chapelle), najdemo naslednjo razlago:

> Negativne velikosti so tiste velikosti, ki jih razumemo kot manj od nič in ki jim predhodi znak »-«. Pojasnimo to na nekem primeru. Vzemimo, da sploh nimate denarja in da vam nekdo dá sto tolarjev; imeli boste torej sto tolarjev več od nič, teh sto tolarjev pa tvori neko pozitivno količino. Če pa, nasprotno, nimate denarja in ste dolžni sto tolarjev, potem imate sto tolarjev manj kot nič; saj morate plačati teh sto tolarjev, da bi sploh bili v situaciji človeka, ki nima nič in ki ni ničesar dolžan: ta dolg je neka negativna velikost.(*Quantités négatives sont celles qui sont regardées comme moindre que rien, & qui sont précédées du signe « - «. Éclaircissons ceci par un exemple. Supposez que nous n'ayez point d'argent, & que quelqu'un vous donne cent écus ; vous aurez alors cent écus plus que rien, & ce sont ces cent écus qui constituent une quantité positive. Si au contraire vous n'avez point d'argent, & que vous deviez cent écus, vous aurez alors cent écus moins que rien ; car vous devez payer ces cent écus pour être dans la condition d'un homme qui n'a rien & qui ne doit rien : cette dette est une quantité négative.*)

Na ta način je nek ontološko nemožen pojem legitimiran s pomočjo dolga. Sam dolg pa je, vsaj na jezikovnem nivoju, razumljen kot utelešenje tega absurda. Navedimo sedaj odlomek iz Shakespearovega *Beneškega trgovca*:

> Ko sem dejal, da nimam nič, bi ti moral reči, da imam manj kot nič: kajti, da bi prišel do denarja, sem se zavezal dragemu prijatelju, tega pa zavezal njegovemu sovražniku. *(When I told you my state was nothing, I should then have told you that I was worse than nothing (moins que rien): for, indeed, I have engaged myself (car je me suis fait le débiteur) to a dear friend, engaged my friend to his mere enemy, to feed my means...* (Bassanio, 3. dejanje, 2. prizor)

[4] Girolamo Cardano negativna števila leta 1545 imenuje fiktivna števila, Michael Stifel pa s fiktivnimi števili označuje tista števila, ki so pod nič (*de numeris ficti infra nihil*).

Da je bila interpretacija negativnih velikosti vselej problematična, priča tudi naslednji stavek, privzet iz D'Alembertoveega članka »Négatif«, ki se nahaja v Enciklopediji:

> Reči, da se negativna velikost nahaja pod nič, pomeni pričeti z nečim, česar ni mogoče dojeti. (*Dire que la quantité négative est au-dessous du rien, c'est avancer une chose qui ne se peut pas concevoir.*)

Je problem negativne velikosti matematični problem v običajnem pomenu besede? Odgovor: ni, ker ta problem vzpostavlja pravila, ne pa rešuje naloge znotraj postavljenih pravil. Strogo rečeno je problem ustvarila rešitev ali označevalec rešitve; fiktivni označevalec, ki ga je za potrebe reda in koristnosti treba opremiti z nekim označencem. Problem sestoji v naslednjem: kako priznati »rešitev«, ki je ni nihče zahteval in iskal, in ki jo dobimo z avtomatizmom algoritma? Kako »rešitev«, ki se ponuja, narediti za legitimno? Še drugače rečeno, kako se izogniti praznemu teku pravil? Kot označenec neke take rešitve intervenira dolg. Znano je Descartesovo prizadevanje, da bi račun geometriziral in ga tako osvobodil od interpretacije, ki bi šla ven iz matematike; zanj se bo negativna velikost pojavila kot nasprotno usmerjena daljica. Toda z Descartesom se že nahajamo v 17. stoletju, negativna velikost pa je že izkazala svojo koristnost zahvaljujoč začetni legitimnosti, ki jo je pravzaprav vzpostavil dolg. S tem, ko se je sedaj matematika osamosvajala, je tudi želela tolmačenje svojih pojmov narediti za nekaj avtonomnega. Geometrija je del matematike. Pa vendar je dolg še vedno igral neko vrsto pripomočka za upravičevanje, na primer, upravičevanja za množenje negativnih velikosti, denimo še pri Newtonu ter, kot smo videli, tudi vse do druge polovice 18. stoletja, v katerem je nastajala *Enciklopedija*.

Za naše tukajšnje namene je najpomembnejša narava tega problema, dejstvo, da po svoji naravi (ker ni enostavno matematični problem, temveč problem matematike) pade ven iz matematike (in pade v katero koli izkustvo: dolg; ali pa v filozofijo: negativna velikost). Ne gre za to, da bi dolg iskal svoj označevalec, prav tako ne za to, da je filozofija iskala simbolni izraz za negativno količino, temveč za to, da je matematika proizvedla nekaj, kar je našlo čez rob na obeh straneh, tako na strani izkustva kot na strani filozofije. Iz perspektive filozofije se je torej njen problem ali pa problem filozofije najprej dobesedno skozi negativni označevalec utelesil v matematiki.

Neposredni navdih in pozitivni motiv za sam Kantov spis je razlaga Abrahama Gotthelfa Kästnerja, kaj bi bilo treba znotraj matematike razumeti kot negativno velikost. S Kästnerjem pa postane očitna tudi potreba matematike, da razreši napetost, ki jo povzroča opiranje računa na ontološki absurd. Prav te bistvene potrebe matematike Kant nikjer ne omenja. Na tem mestu puščamo ob strani vse okoliščine, ki so pripeljale do potrebe za razrešitev te napetosti, in pripominjamo, da je ta posel opravil Kästner v uradnih učbenikih, ki so od leta 1758 zamenjali učbenike Christiana Wolffa.[5]

Kantovo filozofsko reševanje problema izhaja iz razlikovanja med dvema zoperstavljenostima, logične in realne. Matematično negativno se izpeljuje iz realne zoperstavljenosti in se ga zasnuje preko njegove posledice, ki je *relativni nič* (0), medtem ko je *absolutni nič* posledica logične zoperstavljenosti. Kant pripominja, da je izničenje aktivnega in pasivnega dolga za isti subjekt očitni primer 0 kot relativnega niča.

> Če ima nekdo denimo do nekoga drugega aktiven dolg (*dette active; Aktivschuld; an active debt*) A = 100 tolarjev, je to razlog za enako visok prejemek (*income; Einnahme*). Če pa ima isti človek tudi pasiven dolg (*une dette passive; passive debt; Passivschuld*) B = 100 tolarjev, je to razlog (*Grund*) za izgubo tolikšnega zneska. Oba dolgova skupaj sta razlog za ničlo (*beide schulden zusammen sind ein*

5 V 92. paragrafu *Anfangsgründe der Aritmethik* (navajamo šesto izdajo, ki je v Tübingenu izšla leta 1800, str. 72-74), Abraham Gotthelf Kästner zapiše: »Če se neki negativni velikosti (*verneinenden Grösse*) doda ista pozitivna velikost, se medsebojno (*einander auf*) ukineta in skupaj dasta 0. Tako je -3 + 3=, ali tisti, ki je bil dolžen tri tolarje in dobi 3 tolarje gotovine, mora s tem plačati dolg in ne poseduje nič. O njem lahko potemtakem rečemo, da je imel predhodno manj kot nič (*weniger als Nichts*), saj sedaj, potem ko je nekaj dobil, prvikrat ne poseduje nič. Tako pojmovano negativno velikost lahko imenujemo manjšo od nič (*eine verneinenden Grösse weniger als Nichts nennen*), saj je manjša od nič v razmerju do tistega, kar ji je nasprotno (*die entgegengesetzte*). Če ji sedaj dodamo isto nasprotno velikost, od nasprotnega ne ostane nič in ji, potem, manjka (*fehlen*) še nekaj, da bi postala nič tistemu nasprotnemu. Toda vsaka negativna velikost je po sebi več od nič (*mehr als Nichts*) saj je neka dejanska velikost (*eine wirkliche Grösse ist*). Torej ta izraz (*Ausdruck*) manj od nič (*weniger als Nichts*) predpostavlja pomen besede nič (*Nichts*), ki na določen način jemlje v obzir tisto nekaj (*Etwas*). »Ta ‚nič'«, nadaljuje Kästner, »ki predpostavlja ‚nekaj', je *nihil relalativum*, medtem ko je ‚nič', ki nima ‚tistega nekaj', *nihilum absolutum*. Tega pa nek znani nemški filozof (Kästner tu meri na Wolffa) ne zna razlikovati, četudi je tako picajzlarski. Kästner nadaljuje: »V primeru, da izraza manj od nič ne razumemo v tem smislu, potem je napačen (*falsch*), kar je strokovnjake za matematiko dejansko napeljevalo v zgrešene predstave o negativnih velikostih.«

> *Grund vom Zero*), tj. za to, da oseba ne bo niti izgubila niti prejela denarja. Zlahka lahko uvidimo, da je ta ničla relativni nič... (*relative nothing; ein verhältnissmässiges Nichts*).[6]

Primer »manj od nič« Kant v opombi potem spotoma zavrne kot filozofsko nesmiseln:

> Misel, ki je bila izpeljana iz tega, namreč da naj bi bile negativne velikosti *manj kot nič*, je zato nična in absurdna. (*Der gedanke, welcher davon entlehnt worden, als wenn negative Grössen weniger als Nichts wären, is daher nichtig ungerreimt; the negative magnitudes are less than nothing, is accordingly empty and absurd*).[7]

Osnovni in zamolčani način reševanja te težave se sestoji v premestitvi dvoumnosti ali ambivalence iz negativnega v matematično negativno: negativna in pozitivna velikost sta simetrični. Pojma negativnega ni, pravi Kant. Relativnosti Kant izpelje iz same relacije: ve se, da sta si nasprotni, zoperstavljeni ali zoperstavljenosti, ne ve pa se, katera je katera (nimata svoje lastne identitete). Na ta način se Kant izogne logični posledici (filozofski absurd »manj od nič«), ki izhaja iz njegovega primera dolga, ter žrtvuje identiteto členov, ki sta v razmerju. Ta postaneta, kot kasneje pripominja Hegel, povsem zamenljiva. V osnovi pa to predstavlja operacijo, ki ima za cilj opuščanje označenca. Ni težko videti, kaj to pomeni v primeru dolga. Hegel bo kasneje nastopil kot kritik ambivalence simetrije in bo pri tem kritiziral zunanjo refleksijo. Sam pa se bo primera dolga

---

6 Uporabljamo hkrati več prevodov Kantovega teksta: I. Kant, »Versuch über den Begriff der negativen Grössen«, A II 172; I. Kant, »Tentativo per introduire nella filosofia il concetto delle quantite negative«, v: I. Kant, *Scritti precritici*, Laterza, 1982, str. 249-290, citat se nahaja na strani 256 te izdaje; I. Kant, *Essai pour introducire en philosophie le concept de grandeur négative*, Vrin, Pariz 1997, str. 21; I. Kant, »Attempt to Introduce the Concept of Negative Magnitudes into Philosophy«, v: I. Kant, *Theoretical Philosophy. 1755-1770*, Cambridge University Press, Cambridge 1992, str. 212. [Navajamo po: Immanuel Kant, »Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo«, prevedel Samo Tomšič, v: I. Kant, *Predkritični spisi*, ur. Zdravko Kobe in Rado Riha, izbor besedil Samo Tomšič in Zdravko Kobe, Uvodna študija Zdravko Kobe, prevedla Samo Tomšič in Zdravko Kobe, Založba ZRC, zbirka Philosophica Series Classica, Ljubljana 2010, str. 232. *Op. prev.*]

7 I. Kant, »Versuch über den Begriff der negativen Grössen«, A II str. 176; I. Kant, »Attempt to Introduce the Concept of Negative Magnitudes into Philosophy«, str. 216. [Kant, »Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo«, str. 236.]

poslužil tedaj, ko bo v *Znanosti logike* dokazoval nujnost prehoda zoperstavljenosti v protislovnost.[8]

Vidimo lahko, da se dolg pojavlja kot ključni primer. Pripomniti velja, da je sprva služil za legitimiranje nemožnega vidika negativne velikosti, pri Kantu pa, ne da bi ta na to opozoril ali podrobno določil, služi za eliminacijo tega nemožnega vidika. Kako razumeti ta »obrat«? Nedvomno ta dvojna vloga dolga dobesedno kliče po razlagi, obenem pa se odpira vprašanje same metode razlage.

Je Kant realist?[9] Gre namreč za naslednje: Kant skuša v tekstu *Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo* nekemu matematičnemu pojmu, ki je že sami matematiki povzročal preglavice glede svoje realnosti, spremeniti njegov problematični status in ga potem »prenesti« v filozofijo. S kakšno metodo dokazuje Kant realnost negativne velikosti? V svojem uvodu se Kant sklicuje na slovitega gospoda Léonarda Eulerja (*der berühmte Herr Euler*) ter na njegov spis *Réflexions sur l'espace et le temps* (1748). To delo za Kanta predstavlja primer dobrega sodelovanja med filozofijo in matematiko, oziroma, natančneje, kot se izrazi Kant, dobrega primera, kako lahko filozofija uporabi matematiko. Čeprav Euler ni filozof, pa predstavlja njegova knjiga *Réflexions sur l'espace et le temps*

---

8 V *Logiki* Hegel uporablja sintagmo, kot jo je uporabil Kästner, »*weniger als Nichts*«. Kant identično sintagmo uporabi v fragmentu iz rokopisne zapuščine (oznaka je 1379; M 228), ki se glasi takole: »Da bi presodili, ali ima življenje pozitivno ali negativno vrednost, ne smemo vzeti v obzir tega, da nihče ne želi umreti, temveč to, ali bi nekdo razumen (umen) še enkrat želel živeti pod istimi pogoji. Če pa temu ni tako, potem je življenje vredno manj kot nič (*weniger als Nichts*)«.

9 V dolgi zgodovini termina *realitas* se slednji, nekoliko grobo rečeno, giblje med bistvom in eksistenco. V sholastiki sprva ta termin ne napotuje na pridevnik *realis*, prav tako ne na izraz *esse reale*, temveč predvsem na *res* v nekem najsplošnejšem smislu ter tako označuje bistvo ali točneje bistvenost *res* kot take, ter pri tem abstrahira od eksistence. Pri Dunsu Scotusu se ta smisel spremeni tako, da pride do razlikovanja tako od *fictum* kot od aktualne realnosti (*realitas actualis existentiae*), ter s tem pa do približanja Kantovemu pojmu *postavljenosti*, *pozicije* (*Position oder Setzung*), da bi se razvil do *realitas*, ki tvori *haecceitas* vsakega posameznega bitja. Kantov prispevek k zgodovini tega termina je nekaj posebnega, saj Kant uporablja sholastični pomen, ki je ekvivalenten bistvu (»obstoj ni realni predikat«), istočasno pa Kant preko izrazov »objektivna realnost« (*Kritik der reinen Vernunf*, A 155/B 194) in realizacije (*Realisierung*) uvaja moderni splošno priznani pomen. Pri Leibnizu in v našem primeru, pri Eulerju, čeravno ti teksti spadajo v zgodnje obdobje, pa je *realnost* prostora in časa mnogo bližja postkantovskemu pomenu realnosti. Prim. geslo »Realité« J.-F. Courtine v: *Vocabulaire européen des philosophies*, ur. Barbara Cassin, Le Robert, Seuil, Pariz 2004.

odgovor metafizikom, ki zanikajo realnost prostora in časa, ter s tem postavljajo pod vprašaj zakone fizike, ki v svoji formulaciji te pojme uporabljajo. Eulerjeva obramba realnosti prostora in časa temelji na *argument* ali *principle of indispensability*, načelu neizogibnosti.[10] Kanta po Eulerjevem zgledu v tekstu, ki ga obravnavamo, metodično vodi omenjeno načelo, ki po drugi strani pojasnjuje tudi za kaj nam gre v pričujočem tekstu ter predstavlja eno izmed možnih različic naslova (»Kant (novi)stari realist«).

Najprej bomo s kratko analizo Eulerjevega teksta pokazali, da ta nedvoumno uporablja *načelo neizogibnosti*, da bi tako lahko njegovo pozicijo čisto natančno določili kot realistično v smislu Quinea in Putnama. V nadaljevanju bomo pojasnili specifični status negativnih števil v matematiki in nekatere poskuse znotraj same matematike, da bi njihov dvomljivi status odstranili. Na koncu pokažemo, v katerem smislu je Kantov pristop realističen.

Eulerjev realizem

V knjigi *Réflexion sur l'espace et le temps* Euler argumentira v prid stališču, da prostor in čas nista imaginarna, da nista plod naše domišljije, temveč sta zares realna. Njegovo argumentacijo bomo predstavili v glavnih orisih, da bi pokazali, do katere mere temelji na Quine-Putnamovem argumentu neizogibnosti.

Euler izhaja iz tega, da so osnovna načela (Newtonovi zakoni) mehanike resnična. Celo, če jih ne bi uspeli izpeljati iz občih metafizičnih načel, bi čudovito ujemanje njihovih posledic z gibanji teles zadoščalo, da bi bila njihova resnica izven vsakega dvoma. Potem pa Euler predstavi realistično stališče:

[10] Ta argument je dandanes predmet številnih podrobnih analiz. Nekateri avtorji realizem, ki se nanaša nanj, imenujejo semantični realizem. Zgodovinsko gledano argument sam pripisujejo Quineju in Putnamu; Putnam ga je prvič eksplicitno formuliral v svojem delu *Philosophy of Logic* (1971). Mnogi menijo, da ga lahko najdemo že pri Fregeju, von Neumannu, Carnapu ali Gödelu. V Putnamovi formulaciji je argument nevtralen v razmerju do narave matematičnega objekta; izhaja iz resničnosti izjavljanja neke teorije ter meni, da ta počiva na nečem zunanjem, ne pa na čutnih podatkih ali na strukturi duha ali jezika. Matematične termine, s katerimi se zanika realnost in ki jih ni mogoče »prevesti« (oziroma, kot pravi Euler, »zamenjati«) z nekimi »realnejšimi« termini, moramo zaradi njihove neizogibnosti imeti za realne.

> Te resnice so tako nedvoumno ugotovljene, da morajo biti absolutno utemeljene v naravi telesa. (*Ces vérités* (osnovni zakoni mehanike) *étant si indubitablement constatées, il faut absolument qu'elles soient fondées dans la nature des corps* (drugi del)).

Poglejmo, kako na drugi strani Putnam povzema svoj argument:

Če je nekdo realist v pogledu fizikalnega sveta, potem hoče reči, da Zakon splošne gravitacije predstavlja objektivno izjavo o telesih, ne pa o čutnih podatkih ali odčitavanjih meritev.« (*If one is a realist about physical world, then one wants to say that the law of Universal Gravitation makes an objective statement about bodies not just about sense data or meter readings.*[11]

Toda, nadaljuje Euler, tudi metafiziki ne zanikajo resničnosti osnovnih zakonov mehanike, pač pa zamerijo matematikom, da so ta načela zmotno povezali s pojmoma prostora in časa, ki da sta imaginarna pojma brez vsake realnosti. Kako sedaj rešiti ta problem? Euler v nadaljevanju predlaga, da skušamo preizprašamo trditev, ali se dvomljive pojme lahko zamenja s kakimi drugimi realnimi pojmi, tako da bi smisel in veljava zakonov ne bila niti malo spremenjena.

> Kajti nobenega dvoma ni, da se telesa v tem, ko se ravnajo po teh načelih, ne ravnajo po rečeh, ki obstajajo zgolj v naši domišljiji; prej je gotovo, da se zakoni, ki jim sledijo telesa pri ohranjanju njihovega stanja, nanašajo na realne reči. (4. del) (*Car il n'y a aucun doute, que les corps, en se réglant sur ces principes, ne se règlent point sur des choses, qui ne subsistent que dans notre imagination; il est plutôt certain, que ce sont des choses bien réelles auxquelles se rapportent les lois, que les corps suivent dans la conservation de leur état.*)

[11] H. Putnam, »What is Mathematical Truth«, v: *Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers volume 1*, Cambridge University Press 1975, str. 74. Na isti strani navedenega dela nekoliko vrstic pred navedenim mestom Putnam zapiše: »Podrobneje sem pokazal, da sta matematika in fizika integrirane druga v drugo tako, da ni mogoče biti realist v pogledu teorije fizike in nominalist v pogledu matematične teorije.« (*I argued in detail that mathematics and physics are integrated in such a way that it is not possible to be a realist with respect to physical theory and a nominalist with respect to mathematical theory.*)

V petem razdelku Euler predstavi zelo podroben sklep, ki ga moramo zato navesti v celoti:

> Torej je gotovo, da bi bil, če ni mogoče dojeti omenjenih dveh načel mehanike, ne da bi pridodali temu ideji prostora in časa, to gotovi znak, da ti ideji nista čisto imaginarni, kot trdijo Metafiziki. Iz tega moramo prej sklepati, da sta tako absolutni prostor kot absolutni čas, kakršna si predstavljajo matematiki, realni stvari, ki obstajata tudi zunaj naše domišljije in lahko služita kot temelj za realna načela Mehanike. (*Il est donc certain, que s'il n'etoit pas possible de concevoir les deux principes allègues de la mécanique, sans y mêler les idées de l'espace et du temps, se seroit une marque sure, que ces idées n'etoit pas purement imaginaire, comme les Métaphysiciens le prétendent. On en devroit plutôt conclure, que tant l'espace absolu que le temps, tels que les mathématiciens se les figurent, etaient des choses réelles, qui subsistent même hors de notre imaginations pouvoient servir de fondement a des principes réel de la Mécanique.*)

Zdi se, da je realistično stališče težko predstaviti jasneje.

Toda, če se je za pojmom prostora in po zgledu slednjega tudi pojma časa nahajala cela evklidska tradicija, pa ima Kant opravka z objekti, ki znotraj metafizike nimajo dokončnega statusa. Zaradi tega moramo, še preden se posvetimo Kantovi rešitvi, znova na kratko nazaj h genezi negativnega števila, oziroma, kot se je temu reklo v starih časih, »negativne velikosti«.

Historiat negativnega števila

V čem sestoji problem negativnih števil ali velikosti? Vsi problemi z negativnimi števili nastajajo zato, ker je, zgodovinsko gledano, pojmu teh števil predhodila možnost njihove oznake. Kaj to pomeni? Formalna uporaba algoritma za reševanje algebrskih enačb pripelje do »nenaravne« situacije, v kateri večje število odvzamemo od manjšega; toda sam zapis te operacije, na primer, 2-3, že predstavlja oznako za možni rezultat. Če pa ta števila razumemo kot izraz kvantitete, neka takšna operacija nima smisla. Pascal, na primer, je menil, da s tem, ko od ničle odvzamemo 4, ni mogoče dobiti nič drugega kot ničlo. Zanj je -4 nesmiselna velikost. In res, če negativna števila razumemo kot razširitev negativnih števil razumljenih kot količin (Kot odgovor na vprašanje *Koliko?*), ni jasno, kaj bi odvzemanje od ničle pomenilo, oziroma, kaj bi pomenila količina ali velikost manjša od ničle. A vsako odvzemanje večjega števila od manjšega se zvaja na odvzemanje od ničle, ter v skladu s tem prinese rezultat manj od ničle.

Zgodovinsko gledano pa so takšna števila, povsod tam, kjer so se pojavila, razumeli kot velikost dolga. Šele kasneje so konstruirali interpretacijo s pomočjo usmerjenih daljic (vektorjev), ki je dobila fizikalni pomen sile. Toda zadaj za tem se nahajajo ustrezne interpretacije, ki na nivoju simbolov ne puščajo sledi. Na koncu se je morala sodobna matematika, da bi ohranila pluralizem interpretacij, odreči podajanju oznak, ki bi imele kakršen koli drug smisel od pravil za ravnanje z oznakami.

Za razliko od točke, premice, ravnine, števila in drugih matematičnih objektov, ki empirični realnosti zoperstavljajo (včasih realnejšo) idealno realnost, če jim, v najslabšem primeru, ni dan imaginarni status (Euler je zagovarjal realnost prostora in časa navkljub imaginarnemu statusu, ki so jima ga tedaj pripisovali), so imela negativna števila od začetka status nemožnih objektov. Nastala so kot rezultat odvzemanja od ničle, biti morajo torej manjša od ničle, ali manjša od nič. Ker so jih sprva dojemali kot količino, ki je manjša od nič (saj so vsa pozitivna števila razumeli kot izraz količine, kvantitete ali kardinalnosti), so jih obravnavali kot absurdne. Kaj bi pomenilo, kot pripominja sodobni fizik Roger Penrose, izjaviti, da so »na travniku minus tri krave«? Takšno vprašanje bi moralo narediti za transparentno to, da negativna števila niso dogovor na vprašanje *Koliko?* v tistem smislu, v katerem so pozitivna cela števila. Vsi pa dobro vemo, da se negativna števila uporablja in da jih danes nihče ne postavlja pod vprašaj. Kako je prišlo do tega? Na tem mestu žal ni prostora za ogled dolge in zelo zanimive zgodovine negativnih števil (matematika je kot školjka, v kateri kamenček negativnih števil vodi k moderni algebri), lahko pa v glavnih očrtih izpostavimo tisto, kar zadeva problem, s katerim se tu ukvarjamo.

Kakšna potreba matematike in kakšne življenjske prakse so postavile problem nečesa, kar je sprva videti tako absurdno? Ne gre toliko za neko neposredno potrebo, pač pa prej za posledico formalizacije matematike. Formalna pravila za reševanje enačb, katerih primernost se nahaja v možnosti njihove mehanske uporabe, ne da bi se pri tem morali poglabljati v pomen samih simbolov, s katerimi se rokuje, so pripeljala do situacije, v kateri je treba od manjšega odvzeti večje število, kar se zvede na odvzemanje od ničle. Najprej so takšne rešitve zavračali kot nesmiselne. Ko pa so enkrat sprejeli takšna odvzemanja od ničle, so jih poimenovali števila-dolg. Za takšno situacijo odvzemanja večjega števila od manjšega Fibonacci pravi: »Ta enačba nima rešitve, razen če te rešitve ne dojamemo kot dolg.«

Uporaba formalnih pravil je tako proizvedla označevalec, simbol, ki sprva nima odgovarjajočega referenta, za katerega pa po smislu, t. j. po odnosu do simbolov drugih števil, vemo, da se mora nanašati na nekaj, kar je manjše od nič in za katerega ravno zaradi tega ni jasno, kakšna naj bi bila njegova odgovarjajoča količina ali velikost. Čeprav je bila v tem času matematika, vsaj v Evropi, predvsem pomožna trgovska disciplina (četudi trgovci negativnih števil v svojih trgovskih knjigah niso takoj uporabljali negativnih števil), pa je povezava med negativnim številom in velikostjo dolga v prvi vrsti služila teoretski zagotovitvi realnega smisla neki oznaki ter na ta način povečala avtomatizem pravil. Šele kasneje bo Luca Pacioli v 15. stoletju na osnovi vsega tega izpeljal jezik dvojnega ali dvakratnega knjigovodstva (*double entry bookkeeping*).[12] Tako dolg, zgodovinsko gledano, na samem začetku nastopa kot edino zagotovilo realnega smisla neke paradoksne oznake. Natančneje rečeno, ta števila nastopajo kot števila zahvaljujoč dolgu in se obenem nanašajo tako izključno na dolg, da jih imenujejo dolg-števila.

Vse dokler je bil dolg edini garant njihovega realnega smisla so negativna števila obravnavali kot lažna, fiktivna, imaginarna števila, tolerirali pa so jih tako rekoč samo zaradi pravilnosti pravil. Ves čas so iskali neko geometrijsko ali naravno legitimacijo, ki bi jim podelila realnost. Omenjeni Kantov spis iz leta 1763 predstavlja filozofsko gesto, ki se priključuje temu naporu, da bi dolg kot legitimacijo zamenjali s čim drugim. Paradoksno pri tem je, da so dolg kot legitimacijo zavračali iz istega razloga, zaradi katerega je ravno dolg lahko služil kot legitimacija: ker se je menilo, da edino dolg zares izpolnjuje pogoj *manj kot nič*.

Pričakovali so torej, da bodo ta paradoks zaobšli z neko realnejšo legitimacijo. Kaj je najpoprej dolg naredilo za neizogiben, torej, da uspe realizirati paradoksno lastnost manj od nič, je sedaj njega samega naredilo za nekaj nezadostnega. Kot da bi bil dolg dovolj realen, da je omogočil nastanek negativnih števil

[12] Prim. R. M. Peters in D. R. Emery, »The Role of Negative Numbers in the Development of Double Entry Bookkeeping«, *Journal of Accounting Research*, let. 16, št. 2, Jesen 1978, str. 424-426.

in nezadostno realen, da bi jim zagotovil trajni obstoj. Da bi bil negativnim številom dolg sploh lahko legitimacija, je moral biti tudi sam v določeni meri nerealen, s tem pa kot legitimacija nezadosten. Kot da bi tako dolg kot negativno število imela »organizacijsko realnost« (prispevata k učinkovitosti pravil), ne pa tudi »substancialne realnosti«. Oziroma, kot pravi že omenjeni Roger Penrose: »Negativna števila vsekakor igrajo zelo pomembno vlogo tako pri bančnih računih, pa tudi pri finančnih transakcijah, toda ali imajo tudi neposredno zvezo s fizičnim svetom?«[13]

Kantov spis tako spada v to vrsto iskanja nekega drugega garanta realnosti negativnih števil, vendar pa ima neko specifičnost, ki ga že na prvi pogled ločuje od ostalih. Ta tekst sploh ne omenja osnovne težave, ki jo je treba premagati, prav tako pa ne pokaže, da mu omenjena dotedanja vloga dolga sploh kaj pomeni. Čeravno sam Kant v predgovoru k spisu omenja, da se osnovna spodbuda zanj nahaja v Kästnerjevi razlagi negativnih števil, v kateri skuša ta prekiniti z dolgom kot običajnim primerom, ter z absurdno zahtevo, da naj bodo negativne količine manj kot nič, se zdi, kot da se Kantu ne zdi potrebno natančno in jasno opredeliti filozofskega prispevka k temu problemu. Namesto tega se zadovolji s pripombo, da so se negativne velikosti v matematiki izkazale za koristne in da so pravila zamenjala definicijo. Ravno to pa bi bil lahko pokazatelj njegovega realističnega pristopa, v katerem bi po Eulerjevem vzoru želel izpeljati legitimnost negativnih števil iz njihove neizogibnosti za formulacijo splošnoveljavnih zakonov, ne pa z opiranjem na nek objekt, ki bi s svojo realnostjo zagotavljal realnost ustreznih matematičnih objektov, v našem primeru negativnih velikosti.

Kantov realizem, ki njega samega pripelje do tega, da potem izhaja od pravil, ga tudi osvobaja tega, da bi razlikoval med družbenim in fizičnim poljem, kar bi povsem legitimiralo negativno velikost. Drugače rečeno, Kant ni izhajal iz nekega empiričnega predmeta, ki bi s svojo realnostjo priskrbel realnost negativnim številom, temveč iz pravilnosti in koristnosti pravil, ki jih je potem mogoče aplicirati na mnoštvo objektov.

Zaradi tega v uvodu v spis *Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo* izpostavi naslednjo ključno točko, ki bo njegovo rešitev naredila za zelo sodobno: pravila so zamenjala definicijo. Od tod izhaja njegovo splošna opredelitev

---

13 R. Penrose, *The Road to Reality*, Vintage Books, 2004.

negativne velikosti s pomočjo pravil. Ko torej Kant v filozofijo negativno velikost, ko poskuša iz tega pojma »potegniti« prav tisto, kar je »predmet filozofije«, izpostavlja realno zoperstavljenost (*reale Widerstreit*), ki jo določa s pomočjo stališča, ki ga imenuje *osnovno pravilo* (*eine Grundregel*):

> Realna repugnanca (*Realrepugnanz*) nastopi samo, če obstajata dve reči kot *pozitivna temelja* (*ein positiver Grund*) in če ena od njiju odpravi posledico druge.[14]

Tisto, za kar se Kant zavzema in kar na koncu dokaže, bi lahko predstavljalo strukturo v sodobnem smislu. Poleg tega pa tudi povsem spominja na sodobno definicijo grupe. Obstaja nevtralni element – za vsak dani element grupe obstaja njegov nasprotni element, tako da je njihov seštevek vselej enak nični. Kant pravzaprav ne reče nič drugega. Na ta način povsem v duhu sodobne matematike tako dolg kot družbeni objekt kot tudi nasprotne sile, nasprotno usmerjeni poti kot objekti fizike, predstavljajo enakopravne primere negativnih velikosti.

V tretjem razdelku spisa spis *Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo* Kant pripominja, da je, če vzamemo v obzir realne zoperstavljenosti, zares jasno, da se vse tisto, kar velja za fizikalni svet, nanaša tudi na duhovno naravo. Lahko bi rekli, da je Kantova rešitev statusa negativne velikosti (statusa, ki ni odvisen od narave objekta) suspendirala dotedanjo ambivalentno vlogo dolga kot elementa družbene realnosti.

Kot smo videli zgoraj, Euler izhaja iz resničnosti zakonov fizike in pokaže, da se izjave teh zakonov nanašajo na telesa v gibanju, ne pa na naše vtise ali na rezultate naših meritev. Na osnovi tega Euler sklene, da prostor in čas nista imaginarna, temveč realna ali »realni reči«. Kant na primeru negativnih velikosti postopa podobno. A če Euler izhaja iz tega, da moramo vse pojme, ki so nezamenljivi pri izjavljanju fizikalnih zakonov imeti za realne, kolikor imamo zakon za resničen, pa mora Kant opraviti dvojni posel. Preden negativne velikosti aplicira na realne objekte (fizične ali duhovne), mora konstruirati ustrezno teorijo negativnih števil, saj ta, kot smo videli, znotraj same matematike nimajo nedvoumnega statusa. Kant to nalogo opravi tako, da ponovi eulerjevski korak, toda enkrat znotraj same matematike, zatem pa še v sami uporabi matematike.

[14] I. Kant, »Versuch über den Begriff der negativen Grössen«, A II str. 175-176. [Kant, »Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo«, str. 235.]

V tem pogledu je zelo pomemben že omenjeni fragment iz uvoda v *Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo:*

> Pojem negativnih velikosti (*der Begriff der negativen Größen*) je bil v matematiki že dolgo v rabi in je zanjo tudi velikega pomena. Toda predstava, ki si jo je o njem ustvarila večina, in pojasnitev, ki so jo podali, sta bili precej nenavadni in protislovni (*wunderlich und widersprechend*); resda to ni sprožilo nobenih nepravilnosti v rabi (*die Anwendung keine Unrichtigkeit abfloß*), saj so definicijo nadomestila posebna pravila, ki so zagotovila pravilno rabo tega pojma (*die besondere Regeln vertraten die Stelle der Definition und versicherten den Gebrauch*) [...][15]

Zaradi tega Kant ne išče objektov, na katere je mogoče aplicirati takšno velikost, ki bi s svojo (empirično) realnostjo zagotavljali samo realnost negativnih velikosti, temveč predhodno izpostavi odnose, ki označujejo neko takšno količino. Negativna velikost, nekoliko natančneje rečeno, ni posebna vrsta velikosti, temveč nastane iz posebnega odnosa s pozitivnimi velikostmi, iz odnosa zoperstavljenosti. Najprej je bilo treba zoperstavljenost kot odnos ločiti od logičnega monopola, potem pa je bilo treba pokazati, da obstajajo objekti, ki medsebojno ustvarjajo takšne odnose, ki ustrezajo odnosu med negativnimi in pozitivnimi velikostmi/števili.

Kantovo realistično izhodišče postane jasnejše, če si ogledamo način, kako je organiziral razlago negativnih velikosti. Shemo njegove rešitve razumemo tedaj, če izhajamo iz Eulerjevega stališča, da morajo biti nezamenljivi elementi resničnih izjav realni. Kant pričenja s prakso računanja v najsplošnejšem smislu in iz resničnosti pravil (ali zakonov) računa z negativnimi velikostmi izpelje njihovo *matematično* realnost. Šele potem obravnava njihovo realnost, ki izhaja iz njihove rabe v fiziki (tretji Newtonov zakon omenja Kant na začetku drugega dela teksta *Poskus uvedbe pojma negativnih velikosti v filozofijo*). Samo zato, ker je izhajal iz neke različice argumenta o neizogibnosti, je lahko opustil dotedanje opiranje na definicijo, kar pomeni, na bistvo, ter premestil poudarek na odnose, na strukturo (danes bi rekli na algebrsko ali operacijsko strukturo), ki je dana

[15] *Ibid.*, str. 170 [Slov. prev., str. 230]. V knjigi *Saggio sulla negazione. Per una antropologia linguistica* (Bollati Boringhieri, Torino 2013) Paolo Virno na dveh mestih govori o Kantu, pričujoči odlomek pa analizira na straneh 86-87 navedenega dela.

pravilom. Kant je iz Eulerjevega argumenta potegnil vso prednost, ki jo ima njegova nevtralnost od narave objekta, katerega realnost skušamo pokazati.

Da pa bi to storil, je moral Kant začasno »postaviti v oklepaje« tako tradicionalni smisel pozitivnih celih števil (ki ga Frege povzema z odgovorom na vprašanje »Koliko?«), kot ga obenem tudi interpretirati tako, da zanje lahko velja zoperstavljenost. Spomniti velja na to, da v aristotelovski tradiciji kategorija kvantitete nima nasprotja (Prim. Cat 5b11), kar pomeni, da je z vpeljavo te relacije kot odločilne in najpomembnejše, spremenjen tudi smisel pozitivnih števil. Toda tudi tega pojma zoperstavljenosti, ki pravzaprav spada v logiko, ni bilo mogoče enostavno od nekod prevzeti, temveč ga je bilo treba spremeniti in ga osvoboditi iz okov logike.

Toda na kaj se Kant opira, ko istočasno spreminja pojem zoperstavljenosti in pojem kvantitete, ki mu pripisuje takšno spremenjeno zoperstavljenost? Izhaja iz cilja, se pravi, predvsem iz tega, da pokaže, da je realnost matematične negativnosti uspešno uporabljena v tretjem Newtonovem zakonu. Vse je narejeno tako, da resničnost tretjega Newtonovega zakona (edinega, ki ga Euler pri svojem dokazovanju ni uporabil in obenem zakona, pri katerem je Kant omahoval, ali gre za apriorno resnico), predstavlja oporo za realnost negativnih velikosti. Žal tu ne moremo podrobneje predstaviti načina, na katerega je realistično stališče določilo strukturo argumentacije, vsekakor pa iz strukture argumentacije lahko pokažemo, da gre za realizem. Namesto sklepa zato navajamo povzeto dinamiko Kantove argumentacijske strategije.

Zato, da bi lahko na osnovi *argumenta neizogibnosti* pokazal realnost negativnih števil, se pravi, da bi lahko izhajal iz resničnosti pravil ali zakonov negativnih števil, mora Kant:

1. Sama negativna števila ločiti od čisto kvantitativnega dispozitiva. Osnovna značilnost negativnih števil je odnos zoperstavljenosti do pozitivnih števil. Seveda pa je treba zoperstavljenost »odvzeti« logiki.
2. Vpeljati pojem *realne zoperstavljenosti*, s katerim se negativno v matematiki loči od negativnega v logiki, oziroma od protislovnosti. Tako se preko pojma realne zoperstavljenosti definira zoperstavljenost, ki ustreza negativnim številom.

3. Opisati negativna števila s pomočjo relacij (ki so dane s pravili), da bi šele tedaj lahko govoril o njihovi aplikaciji – ne samo v fiziki, temveč povsod tam, kjer je mogoče povezati kvantiteto in zoperstavljenost.
4. Dokazati realnost negativnih velikosti na osnovi resničnosti zakonov fizike, pri katerih formuliranju so ta udeležena.

Prevedel Peter Klepec